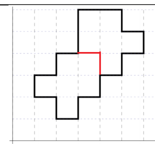
1 Respuestas del Estatal OMMEB Chiapas 2018

Problema	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
1		$16 + 4\pi \approx 28.56\ cm$	Cero formas
2	54 cm^2	33 chocolates	$8\pi \approx 25.12$
3	Cero formas	$50\pi \approx 157$	117, 288, 369
4	16 C's	20 cm	3555
5	16 litros	Cero formas	9 árboles
6	202	32320	Columna C
7	$16 + 4\pi \approx 28.56\ cm$	6 caminos	31 pelotas
8	80 cm^2	17	2 veces
9	31 pelotas	117, 288, 369	$r = 3$ cm
10	40 cubitos	$8\pi \approx 25.12$	128 términos
11	Canastas B y E	80 cm^2	703692
12	Cero formas	16 unidades cuadradas	184 ternas
13	16 unidades cuadradas	Columna C	108°
14	$50\pi \approx 157$	9 cm	190 triángulos
15	20 cm	31 pelotas	$n = 4$

2 Criterios de Calificación Estatal OMMEB 2018.

2.1 Problema 13, Segundo Nivel

¿En qué columna aparecerá el 2018?

A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		2		3		4		5
	9		8		7		6	
10		11		12		13		14
	18		17		16		15	
19		20		21		...		...

Solución. Este problema lo podemos resolver por sucesiones. Una sucesión es una lista de números. Vemos que hay un periodo de 9 elementos si consideramos la siguiente lista:

1. A	2. C	3. E	4. G	5. I	6. H	7. F	8. D	9. B
10. A	11. C	...						

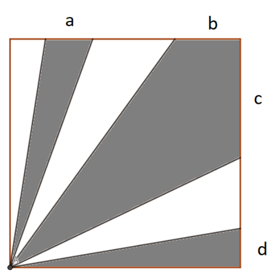
(se otorga **10 puntos** si hay suficiente evidencia de que vieron el periodo de 9 elementos).

Ahora dividimos $2018 = 224 \times 9 + 2$. Lo anterior dice que si dividimos 2018 entre 9 nos da 224 y sobra 2. (**5 puntos)**

Como sobra dos, 2018 va estar en la columna C. (**5 puntos)**

2.2 Problema 14, Segundo Nivel

El cuadrado siguiente tiene un área de 36 cm^2, en él se han sombrado tres regiones como se indica en la figura. Si se sabe que el área total sombreada es de 27 cm^2, ¿cuál es el valor de $a + b + c + d$?



Calculamos el lado del cuadrado $h = \sqrt{36} = 6$. (**3 puntos)**

Las alturas de los triángulos sobre las bases a, b, c, d son iguales al lado del cuadrado. (**7 puntos)**

Entonces $\frac{1}{2}(ha + hb + hc + hd) = 27$. (**5 puntos)**

Por lo tanto $a + b + c + d = \frac{2 \cdot 27}{6} = 9$. (**5 puntos)**

2.3 Problema 15, Segundo Nivel

Una caja contiene 20 pelotas amarillas, 9 rojas y 6 azules. Si las pelotas son seleccionadas al azar, ¿cuál es el menor número de pelotas que necesitas sacar de la caja para asegurar que tienes al menos dos pelotas de cada color?

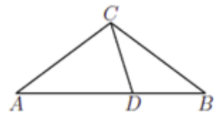
Solución. Observamos que se pueden sacar todas las pelotas de dos colores y aún así no se logra lo pedido: "Si sacamos las 20 amarillas y 9 rojas todavía no junto para las 2 de cada color". (**10 puntos)**

El peor de los casos es sacar 20 Amarillas + 9 rojas + 2 azules = 31 pelotas. (**10 puntos)**

Puntos no acumulables: Decir que se cumple para 9 rojas + 6 azules + 2 amarillas = 17 pelotas o 20 amarillas + 6 azules + 2 rojas = 28 pelotas. (**5 puntos)**

2.4 Problema 13, Tercer Nivel

En la siguiente figura se observan 3 triángulos isósceles, es decir, $AC = BC$, $AC = AD$ y $DC = DB$, ¿cuál es la medida en grados del ángulo $\angle ACB$?



Solución. Tenemos que $\measuredangle CBD = \measuredangle DCB$ porque $DC = DB$. Sea $x = \measuredangle CBD = \measuredangle DCB$. También se cumple que $\measuredangle ACD = \measuredangle ADC$ porque $AC = AD$ y que $\measuredangle CAB = \measuredangle CBA$ porque $AC = BC$.

(**4 puntos** por cualquiera de las tres igualdades anteriores.)

Tenemos que $\measuredangle CAB = \measuredangle CBA = \measuredangle DCB = x$. (**4 puntos)**

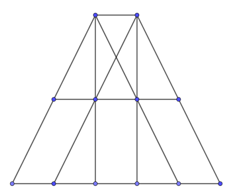
Además, $\measuredangle ACD = \measuredangle ADC = 2CBA = 2x$. (**5 puntos)**

Obtenemos la ecuación $x + 2x = 2x = 180°$ (o equivalente). **4 puntos**

Por lo tanto $x = 32°$ y $\measuredangle ACB = 108°$. **3 puntos**

2.5 Problema 14 Nivel 3

Con vértices en los puntos de la figura, ¿cuántos triángulos se pueden dibujar?



Solución 1. Tenemos 4 casos:

a) 2 vértices abajo y 1 aparte. Aquí tenemos $\binom{6}{2} = 15$ posibilidades para elegir 2 de abajo y $4 + 2 = 6$ para elegir el restante. Aquí hay $15 \times 6 = 90$ triángulos. **5 puntos**

b) 2 vértices en medio y 1 aparte. Aquí tenemos $\binom{4}{2} = 6$ posibilidades para los dos en medio y $6 + 2 = 8$ para el restante. Aquí hay $6 \times 8 = 48$ triángulos. **5 puntos**

c) 2 de arriba y 1 aparte. Aquí solo hay $6 + 4 = 10$ triángulos. **5 puntos**

d) 1 vértice de cada nivel. Aquí hay $6 \times 4 \times 2 = 48$. **3 puntos**

Hay que restar los 6 alineados. Hay 42 triángulos. **2 puntos**

Por lo tanto hay $90 + 48 + 10 + 42 = 190$ triángulos.

Solución 2. En la figura hay 12 puntos. Con los 12 puntos contamos todos las ternas sin que nos importe el orden: $\binom{12}{3} = 220$ subconjuntos de tres puntos. **6 puntos**

Restamos los triángulos degenerados de los 4 puntos de en medio: $\binom{4}{3} = 4$. **6 puntos**

También restamos los triángulos degenerados de los puntos de abajo: $\binom{6}{3} = 20$. **6 puntos**

Finalmente restamos los 6 triángulos degenerados que no están en horizontal. **2 puntos**

Por lo tanto hay $220 - (4 + 20 + 6) = 190$.

2.6 Problema 15 Nivel 3

Si 300^n tiene igual cantidad de divisores que 16×90^n, calcule el valor de n.

Solución. Tenemos que $300^n = 2^{2n} \cdot 5^{2n} \cdot 3^{2n}$ y $16 \times 90^n = 2^{n+4} \cdot 3^{2n} \cdot 5^n$. **5 puntos**

Así que el número de divisores de 300^n es $(2n + 1)(2n + 1)(n + 1)$ (**5 puntos**)

y el número de divisores de 16×90^n es $(n + 5)(2n + 1)(n + 1)$. (**5 puntos**)

Para que sean iguales: $2n + 1 = n + 5$, de donde $n = 4$. (**5 puntos**)